

Das Braunschweiger Sitzzuteilungs-Paradoxon

Zusammenfassung: Erst dadurch, dass sich zwei fraktionslose Ratsmitglieder der PIRATEN und der PARTEI zu einer Gruppe zusammengeschlossen haben, erhält die AFD als viertgrößte Fraktion nach dem Sitzzuteilungsverfahren Hare/Niemeyer einen sicheren Sitz in einem 4-köpfigen Ausschuss oder Aufsichtsrat. Dieser Effekt, dass eine nicht beteiligte Fraktion oder Gruppe Einfluss hat auf die Sitzverteilung zwischen anderen Fraktionen, kann nur bei Quotenverfahren wie dem Verfahren Hare/Niemeyer auftreten, und widerspricht dem gesunden Menschenverstand.

Für die XIX. Wahlperiode 2016 bis 2021 des Rates der Stadt Braunschweig waren den einzelnen Ratsfraktionen Aufsichtsratsmandate zuzuordnen. Verwendet wurde dazu das Sitzzuteilungsverfahren Hare/Niemeyer auf der Grundlage von § 71 Abs. 6 Niedersächsisches Kommunalverfassungsgesetz (NKomVG). Problematisch erschienen die Fälle, in denen vier Aufsichtsratssitze zu verteilen waren. Auf die Fraktionen und Gruppen SPD (18 Mitglieder), CDU (14), GRÜNE (7), AFD (5), LINKE (3), BIBS (3), FDP (2) und FRAKTION P² (2) entfielen: SPD 1 Sitz, CDU 1 Sitz, GRÜNE 1 Sitz, AFD 1 Sitz. Dieses Ergebnis war schwer nachzuvollziehen und unterschied sich von der Sitzzuteilung, die einen Monat vorher berechnet wurde¹, als die beiden Ratsmitglieder von der PARTEI und den PIRATEN sich noch nicht zur Gruppe „Die FRAKTION P²“ zusammengeschlossen hatten.

Sitzzuteilungsverfahren finden zum Beispiel Anwendung, wenn Wahlergebnisse der Parteien in Parlamentssitze umgerechnet werden müssen oder wenn es darum geht festzustellen, wie viele Ausschusssitze den einzelnen Parlamentsfraktionen zustehen.

Im Wesentlichen unterscheidet man Quotenverfahren und Divisorverfahren. In Niedersachsen kommt zum Beispiel das Quotenverfahren Hare/Niemeyer zur Anwendung. Für Bundestagswahlen verwendet man zurzeit das Divisorverfahren Sainte-Laguë/Schepers. Die Mathematiker Balinski und Young haben in einer 1982 veröffentlichten wissenschaftlichen Abhandlung² bewiesen, dass es kein Sitzzuteilungsverfahren geben kann, das alle wünschenswerten Qualitätskriterien erfüllt.

So hat man denn auch in der jahrhundertelangen Geschichte der Sitzzuteilungsverfahren einzelne Verfahren immer dann verworfen, wenn sich herausgestellt hat, dass sie Ergebnisse liefern, die widersinnig sind. „Die Geschichte der Sitzzuteilungsverfahren in Deutschland und den USA weist eine erstaunliche Parallelität auf – beide Staaten nutzen (unter unterschiedlichen Bezeichnungen) anfangs das Verfahren von d’Hondt, später die Methode von Hare/Niemeyer, danach das Verfahren nach Sainte-Laguë/Schepers. Allerdings geschieht die Entwicklung in den USA nicht nur jeweils 100 bis 150 Jahre früher, sondern sie hat nach heutigem Stand auch bereits einen Schritt mehr getan (Verfahren nach Hill-Huntington).“³

Bezeichnend ist, dass in der neuesten Veröffentlichung zu dem Thema⁴ der Verfasser Prof. Dr. Friedrich Pukelsheim Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer nur am Rande, und zwar im Anhang, behandelt. Begründung: „Bei eingehender Analyse wird klar, dass Divisormethoden in wohl jeder Hinsicht den Quotenmethoden überlegen sind“ (a.a.O., S. 102).

¹ Siehe Tabelle 4 auf Seite 7.

² Fair representation: Meeting the ideal of one man, one vote / Prof. Dr. Michael L. Balinski u. Prof. Dr. H. P. Young. – New Haven : Yale University Press, 1982.

³ Sitzzuteilungsverfahren – wahlmathematische Systematik und Stand der Diskussion : Alternativen und ihre Bedeutung für die anstehende Reform des Bundestagswahlrechts / Dr. Daniel Lübbert. – Berlin : Deutscher Bundestag, Wissenschaftliche Dienste, 2009. Seite 22.

⁴ Sitzzuteilungsmethoden : ein Kompaktkurs über Stimmenverrechnungsverfahren in Verhältniswahlsystemen / Prof. Dr. Friedrich Pukelsheim. – Berlin ; Heidelberg : Springer, 2016.

Das Quotenverfahren nach Hare/Niemeyer geht zurück auf den englischen Rechtsanwalt Sir Thomas Hare (1806-1891). Als in der 6. Legislaturperiode des Deutschen Bundestages 1969 bis 1972 in einem Zeitungsartikel über Defizite des d'hondtschen Höchstzahlverfahrens berichtet wurde, für die eine Alternative aber wohl nur „schwer zu finden sein dürfte“, wies der Mathematik-Professor Horst F. Niemeyer in einem Brief an den Bundestagspräsidenten und den Geschäftsordnungsausschuss auf das Quotenverfahren mit Restzuteilung nach größten Zahlenbruchteilen (Hare-Verfahren) hin. Der Bundestag wechselte daraufhin am 4. November 1970 in der Geschäftsordnung von d'Hondt nach Hare/Niemeyer, wodurch die damaligen Fraktionsstärken bei Ausschussbesetzungen treffender abgebildet wurden. Erst ab 1987 wurde auch für Bundestagswahlen das Verfahren Hare/Niemeyer angewendet, nachdem Professor Niemeyer 1982 dem Bundestag ein modifiziertes Verfahren (Mehrheitsklausel) empfohlen hatte (vgl. z. B. § 71 Abs. 3 NKomVG).

Das Quotenverfahren nach Hare/Niemeyer lieferte im Bund und in den Ländern der Bundesrepublik Deutschland jahrzehntelang gute Ergebnisse, solange nur drei oder vier Parteien zu berücksichtigen waren. Es liefert jedoch auch völlig widersinnige Ergebnisse. So ist es zum Beispiel völlig absurd, dass im Rat der Stadt Braunschweig bei Anwendung von Hare/Niemeyer der Anspruch der AFD auf ein Aufsichtsratsmandat davon abhängt, dass zwei Ratsmitglieder der PARTEI und der PIRATEN beschließen, sich nach § 57 Abs. 1 NKomVG zu einer Gruppe zusammenzuschließen, die an der genannten Mandatsverteilung jedoch gar nicht beteiligt ist. Doch bevor wir diesen Fall näher betrachten, sollen ein paar Beispiele aus der Geschichte dargestellt werden.

Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer können im Einzelfall widersinnige Effekte aufweisen, die in der Literatur und vom Bundesverfassungsgericht als Paradoxien bezeichnet werden. Professor Pukelsheim formuliert es so: „Quotenmethoden offenbaren gravierende Schwächen auf elementarem Niveau... Wenn Eingangswerte variieren, sollten die Sitzzuteilungen so reagieren, dass der gesunde Menschenverstand nicht stutzen muss. In dieser Hinsicht sind Quotenmethoden gut für Überraschungen. Sie können mit unlogischen Sprüngen aufwarten und die Ergebnisse in kurioser Weise verkehren.“⁵

Das (modifizierte) Verfahren Hare/Niemeyer ist zum Beispiel in § 71 Abs. 2 u. 3 NKomVG für die Bildung von Ausschüssen im Rat beschrieben. Es beruht auf einer einfachen Dreisatzrechnung auf Basis des mathematischen Terms $A * B / C$. Dabei steht A für die Mitgliederzahl einer einzelnen Fraktion oder Gruppe, B für die Ausschusssitzzahl und C für die Mitgliederzahl aller Fraktionen oder Gruppen. Die Zahl $A * B / C$ bezeichnet zugleich den Idealanspruch einer Fraktion auf einen Ausschusssitz. Dieser Idealanspruch ist jedoch in der Regel keine ganze Zahl. Also muss man sehen, wie man mit den Zahlenbruchteilen umgeht. Das Quotenverfahren Hare/Niemeyer stellt dabei ab auf die größten Zahlenbruchteile. Das erscheint auf den ersten Blick einleuchtend, und man kann dem zunächst schwer etwas entgegensetzen. Mathematikprofessor Friedrich Pukelsheim bewertet das jedoch völlig anders: „Die Orientierung an den Idealansprüchen verleiht der Hare-Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten Überzeugungskraft. Werden die Idealansprüche zu realen Ansprüchen überhöht, erscheint die Hare-Quote so selbstverständlich, dass nur auf den Restausgleich hinzuweisen ist. So wird im Angelsächsischen oft kurz vom ‚Verfahren der größten Reste‘ (engl. largest remainder formula, abgekürzt LR) gesprochen. Diese Verkürzung geht an der Realität vorbei. Es gibt durchaus andere Quoten als die Hare-Quote und andere Ausgleichsverfahren als das nach größten Resten“⁶

⁵ Pukelsheim, a. a. O., Anhang, Seite 106.

⁶ Pukelsheim, a. a. O., Anhang, Seite 103.

In dem o. g. mathematischen Term $A * B / C$ bedeuten A, B und C je nach Kontext:

(Fall 1)

bei Wahlen zum Rat oder Kreistag in Niedersachsen (§ 36 Abs. 2 Nds. Kommunalwahlgesetz)

A = Zahl der gültigen Stimmen, die eine Partei erhalten hat

B = Gesamtzahl der zu vergebenden Sitze

C = Zahl der gültigen Stimmen für alle Parteien zusammen

(Fall 2)

bei der Verteilung der einer Partei im Wahlgebiet (Stadt, Landkreis) zugefallenen Sitze auf die einzelnen Wahlbereiche (§ 37 Abs. 3 Nds. Kommunalwahlgesetz)

A = Zahl der gültigen Stimmen, die die Partei im jeweiligen Wahlbereich erhalten hat

B = Gesamtzahl der der Partei zugefallenen Sitze im Wahlgebiet (Stadt)

C = Zahl der gültigen Stimmen, die die Partei insgesamt erhalten hat (= A aus Fall 1)

(Fall 3)

bei der Bildung von Ausschüssen im Rat oder Kreistag (§ 71 Abs. 2 NKomVG)

A = Mitgliederzahl der einzelnen Fraktion oder Gruppe

B = Gesamtzahl der zu vergebenden Sitze

C = Mitgliederzahl aller Fraktionen und Gruppen zusammen

Die Schwächen, Inkonsistenzen und Fehler von Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer treten besonders deutlich zutage, wenn es im Verlauf der Wahlperiode zu Veränderungen bei den Variablen A, B oder C kommt.

Veränderung von Variable B (in Fall 2): Alabama-Paradoxon oder Sitzzuwachsparadoxon

Die Gründungsväter der USA legten fest, dass auf jeweils eine bestimmte Zahl von Einwohnern ein Volksvertreter kommt. Die Größe des Kongresses änderte sich daher von Wahl zu Wahl und hing vom Ergebnis der zehnjährlichen Volkszählungen ab. Bei der Verteilung der Volksvertreter auf die einzelnen Bundesstaaten (vgl. Fall 2 oben) nach dem Quotenverfahren Hare/Niemeyer ergab sich 1880 folgendes Problem: Legte man die Größe des Kongresses auf 299 Sitze fest, erhielt Alabama acht Sitze, bei 300 Sitzen jedoch nur noch sieben. Stattdessen ging bei 300 Sitzen ein zusätzlicher Sitz jeweils an Texas und Illinois. Bewertung von Professor Pukelsheim: „Es erscheint absurd, einem Beteiligten etwas wegzunehmen mit der Begründung, dass es mehr zu verteilen gibt.“⁷

Bundesstaat	Einwohner	Quote bzw. Sitze (bei 299 Sitzen)	Quote bzw. Sitze (bei 300 Sitzen)
Alabama	1.262.505	7,646	7,671
Texas	1.591.749	9,640	9,672
Illinois	3.077.871	18,640	18,702
USA gesamt	49.371.340	299,000	300,000

⁷ Pukelsheim, a. a. O., Anhang, Seite 106.

Veränderung von Variable A (in Fall 2): Bevölkerungsparadoxon oder Wählerzuwachsparadoxon

Lübbert beschreibt 2009 in seiner Abhandlung für die Wissenschaftlichen Dienste des Deutschen Bundestages wünschenswerte Anforderungen (**Qualitätskriterien**) für Sitzzuteilungsverfahren: „Ein Stimmenzuwachs einer Partei [sollte] nicht dazu führen können, dass sich Sitze zwischen zwei anderen Parteien verschieben. Vielmehr sollen sich die Sitzzahlen von zwei Parteien A und B im Vergleich nur aus deren jeweiligem Stärkeverhältnis ergeben und vor dem Hintergrund der von diesen beiden Parteien errungenen Stimmzahlen als gerechtfertigt erscheinen. Der Ausgang des Vergleichs kann deshalb nicht von Wahlteilnahme oder Wahlerfolg einer dritten Partei C abhängen. Beschränkt man die Betrachtung in dieser Weise auf paarweise Vergleiche, so darf ein relativer Stimmzuwachs von A gegenüber B keinesfalls dazu führen, dass A einen Sitz an B verliert. Anderenfalls würde sich die Sitzzahl gegenläufig zur Stimmenentwicklung verändern; das wäre schwerlich mit dem Gedanken der Proportionalität vereinbar. Ist diese Bedingung erfüllt, spricht man von Bevölkerungs-Monotonie... Um 1900 wurde in den USA erstmals deutlich, dass die Bedingung verletzt werden kann: Im Zuge des Bevölkerungswachstums verlor dort ein schneller wachsender Bundesstaat einen Sitz an einen langsamer wachsenden; dies ist ein Fall des Bevölkerungs-Paradoxons bzw. Wählerzuwachs-Paradoxons.“⁸

„Um 1900 wiesen viele US-Bundesstaaten ein Bevölkerungswachstum auf, jedoch mit unterschiedlichen Zuwachsraten: So wuchs Virginia pro Jahr um 1,07 %, Maine nur um 0,67 %. Vor dem Hintergrund eines höheren Wachstums der gesamten USA (im Mittel 2,02 %) führte dies beim Quotenverfahren nach Hare/Niemeyer dazu, dass Virginia einen Sitz verlor (von 10 auf 9), den Maine übernehmen konnte (von 3 auf 4) – obwohl Maine noch langsamer wuchs als Virginia.“⁹

Bundesstaat	Einwohner	Quote bzw. Sitze	Einwohner	Quote bzw. Sitze
Virginia	1.854.184	9,599	1.873.951	9,509
Maine	694.466	3,595	699.114	3,548
USA gesamt	74.562.608	386,000	ca. 76.069.000	386,000

Pukelsheim beschreibt die Relevanz dieses Paradoxons für Deutschland: „Die Wahlkreiskommission des Deutschen Bundestages legte im Januar 2007 einen Bericht zur Neuverteilung der Wahlkreise auf die Bundesländer vor, in dem die Bevölkerungszuwachs-Paradoxie eingehend erläutert wurde. Ein Bundesland mit stärkerem Bevölkerungswachstum muss einen Sitz abgeben, der an ein Land mit schwächerem Wachstum transferiert wird. Daraufhin beschloss der Bundestag 2008, das Bundeswahlgesetz zu ändern und die seit 1983 geltende Hare-Quotenmethode¹⁰ mit Ausgleich nach größten Resten durch die Divisormethode mit Standardrundung¹¹ zu ersetzen.“

⁸ Lübbert/Wissenschaftliche Dienste des Deutschen Bundestags, a. a. O., Seite 26 f.

⁹ Lübbert/Wissenschaftliche Dienste des Deutschen Bundestags, a. a. O., Seite 36.

¹⁰ Quotenverfahren nach Hare/Niemeyer.

¹¹ Divisorverfahren nach Sainte-Laguë/Schepers.

Veränderung von Variable C (in Fall 3): New-state-Paradoxon oder Partezuwachsparadoxon

Ein weiteres Phänomen von Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer beschreibt anschaulich der israelisch-schweizerische Mathematiker und Journalist Dr. George G. Szapiro: „1907 kam Oklahoma zur Union hinzu. Das Parlament bestand aus 386 Sitzen. Diesmal dachten die Parlamentarier genau zu wissen, was zu tun sei, damit alle zufrieden wären. Die Bevölkerung von Oklahoma belief sich auf ungefähr eine Million, was fünf Sitzen im Kongress entsprach. Also beschlossen die Abgeordneten, die Kammer einfach um fünf Sitze zu erweitern. Diese würden Oklahoma zukommen, niemand hätte einen Schaden und alle wären glücklich. Das glaubten sie zumindest. Die fünf Sitze wurden hinzugefügt und niemand war überrascht, dass Oklahoma alle fünf bekam, als die neue Gesamtanzahl von 391 Sitzen – nun wieder nach Hamiltons Methode¹² – neu verteilt wurden. Aber dabei passierte etwas Merkwürdiges: New York verlor einen Sitz, der Maine zufiel. Es war zum Haareraufen! Einmal hatten sie alles richtig gemacht und nun dieses.“¹³ Man bezeichnete dieses Phänomen als New-state-Paradoxon. Die Verschiebung der Zahlenbruchteile (Nachkommastellen) kann man der folgenden Tabelle entnehmen.

Bundesstaat	Einwohner	Quote bzw. Sitze vor Beitritt Oklahomas	Quote bzw. Sitze nach Beitritt Oklahomas
New York	7.264.183	37,606	37,589
Maine	694.466	3,595	3,594
Oklahoma	ca. 1.000.000	0,000	5,175
USA gesamt	74.562.608 bzw. 75.562.608	386,000	391,000

Ein vergleichbares Phänomen (Veränderung der Variable C in Fall 1) beschreibt Professor Pukelsheim in seinem Kompaktkurs über Sitzzuteilungsverfahren: „Es gibt Fälle, in denen ein Sitz von einer Partei zu einer anderen wandert, nur weil eine zusätzliche Partei Berücksichtigung findet, die aber ihrerseits so wenig Stimmen vorweist, dass sie leer ausgeht. Es irritiert, wenn die Zuteilung an die erfolgreichen Parteien davon abhängt, ob erfolglose Zwergparteien im Verfahren sichtbar gemacht werden oder nicht. Wir nennen diesen Effekt ‚Parteizuwachs-Paradoxie‘.“¹⁴

In der genannten Abhandlung der Wissenschaftlichen Dienste des Deutschen Bundestages schreibt Lübbert als **Fazit**:

„Die drei Phänomene zeigen, dass es bei Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer zu Effekten kommen kann, die der Monotonie, der Gleichheit der Wahl und dem gesunden Menschenverstand offensichtlich widersprechen. Letztlich liegt dies daran, dass bei Veränderung der Randbedingungen (Gesamtzahl an Sitzen oder Parteien/Staaten) der Quoten-Bruchteil einer Partei hinter dem Komma umso schneller wächst oder schrumpft, je größer die absolute Größe dieser Partei ist. Dies kann bei knappen Verhältnissen dazu führen, dass die Bruchteile in unvermuteter Weise über oder unter die Rundungs-Schwelle rutschen, woraus sich die obigen Paradoxien ergeben... Dementsprechend haben der US-Kongress (1910) und der Bundestag (2008) das Quotenverfahren nach Hare/Niemeyer aufgegeben.“¹⁵

¹² Das Verfahren Hare/Niemeyer wird in den USA Hamilton-Verfahren oder Vinton-Verfahren genannt.

¹³ Die verfluchte Mathematik der Demokratie / Dr. George G. Szapiro. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2011. S. 122.

¹⁴ Pukelsheim, a. a. O., Anhang, Seite 107.

¹⁵ Lübbert/Wissenschaftliche Dienste des Deutschen Bundestags, a. a. O., Seite 36 f.

Der letztgenannte, von Professor Pukelsheim beschriebene Fall, liegt zu Beginn der XIX. Wahlperiode im Rat der Stadt Braunschweig vor. Nennen wir ihn „**Braunschweiger Sitzzuteilungs-Paradoxon**“ oder kurz „**Braunschweig-Paradoxon**“.

Die Braunschweiger Zeitung berichtete am 27. Oktober 2016 über den Vorgang mit der Schlagzeile: „Städtische Aufsichtsräte formieren sich neu – AfD ist sauer. Sie soll nicht in allen Kontrollgremien vertreten sein, auf die sie rechnerisch Anspruch hat.“¹⁶ Im Internetforum der Braunschweiger Zeitung wurden dazu über 40 Leserkommentare abgegeben. Sie enthalten Schlagworte wie „Kungelei“, „Manipulation“, „Schieberei“, „Lehrstück an Selbstbedienungsladen“, „Mauscheleien sogenannter Demokraten“, „Zeichen gegen den Respekt vor dem Wahlergebnis“. Das Vorgehen zeuge nicht von einem demokratischen Verhalten, schreibt jemand. „Und wieder Punkte für die AfD.“ Ein User namens Kaffeekränzchen bringt es auf den Punkt: „Es geht doch nur darum, dass die Sitze nach objektiven Kriterien vergeben werden und nicht durch Mauscheleien.“ Dabei gehen anscheinend alle Personen, die sich zum Thema äußern, davon aus, das Verfahren nach Hare/Niemeyer liefere unwiderlegbare, objektive Ergebnisse oder Kriterien für die Sitzzuteilung. Das kann man nach den oben dargestellten Beispielen aus der Geschichte und den Beurteilungen der Wissenschaftler schon in Frage stellen.

Schauen wir uns also die Zahlen an, die das in § 71 NKomVG beschriebene Quotenverfahren mit Restzuteilung nach größten Zahlenbruchteilen (Hare/Niemeyer) im konkreten Fall liefert.

Auf Seite 7 sind in den Tabellen 1 bis 5 verschiedene Konstellationen beschrieben. Tabelle 1 zeigt einen fiktiven Rat mit nur vier Fraktionen von SPD (18), CDU (14), Grünen (7) und AfD (5). Zusammen sind das 44 Sitze. Dargestellt ist das Sitzzuteilungsverfahren nach Hare/Niemeyer für einen Ausschuss mit vier Sitzen. Die Quote der SPD beträgt $18 * 4 / 44 = 1,6364$. Die Quote der AfD beträgt $5 * 4 / 44 = 0,4545$. Das Stärkeverhältnis zwischen SPD-Fraktion und AfD-Fraktion beträgt 3,6, errechnet als $18 / 5$ oder $1,6364 / 0,4545$. Kommen nun weitere Fraktionen oder Gruppen hinzu (Tabellen 2 bis 5), ändert sich das Stärkeverhältnis zwischen SPD und AfD nicht. Es bleibt weiter bei $3,6 = 18 / 5$ oder $1,3333 / 0,3704$ (Tabelle 5). Aber die AfD hat durch das Hinzukommen weiterer Fraktionen auf einmal die höheren Nachkommastellen – deren Aussagekraft in Bezug auf einen Sitzanspruch folglich gleich Null ist.

Das Verfahren Hare/Niemeyer liefert brauchbare Ergebnisse, solange nur drei oder vier Fraktionen (oder Parteien) beteiligt sind. Bei der Vielzahl an Fraktionen, die heute in Räten und Kreistagen sind, stößt es an seine Grenzen.

¹⁶ Braunschweiger Zeitung, 27.10.2016, Seite 15.

Sitzzuteilung nach dem Quotenverfahren mit Restzuteilung nach größten Zahlenbruchteilen (Hare/Niemeyer)

Tabelle 1		
Fraktion	Sitze	Quote
SPD	18	1,6364
CDU	14	1,2727
Grüne	7	0,6364
AFD	5	0,4545
Gesamt	44	

Tabelle 2		
Fraktion	Sitze	Quote
SPD	18	1,5319
CDU	14	1,1915
Grüne	7	0,5957
AFD	5	0,4255
BIBS	3	0,2553
Gesamt	47	

Tabelle 3		
Fraktion	Sitze	Quote
SPD	18	1,4400
CDU	14	1,1200
Grüne	7	0,5600
AFD	5	0,4000
BIBS	3	0,2400
LINKE	3	0,2400
Gesamt	50	

Tabelle 4		
Fraktion	Sitze	Quote
SPD	18	1,3846
CDU	14	1,0769
Grüne	7	0,5385
AFD	5	0,3846
BIBS	3	0,2308
LINKE	3	0,2308
FDP	2	0,1538
Gesamt	52	

Tabelle 5		
Fraktion	Sitze	Quote
SPD	18	1,3333
CDU	14	1,0370
Grüne	7	0,5185
AFD	5	0,3704
BIBS	3	0,2222
LINKE	3	0,2222
FDP	2	0,1481
P ²	2	0,1481
Gesamt	54	

Im Rat der Stadt Braunschweig sind zurzeit acht Fraktionen und Gruppen vertreten. Ist ein Ausschuss (oder Aufsichtsrat) mit vier Sitzen zu besetzen, so ist klar, dass nur die vier größten Fraktionen (SPD, CDU, Grüne und AFD) überhaupt zum Zuge kommen könnten. Tabelle 1 berücksichtigt das von Lübbert in der Abhandlung der Wissenschaftlichen Dienste des Deutschen Bundestages formulierte Qualitätskriterium (siehe oben): „Die Sitzzahlen von zwei Parteien A und B [sollen sich] im Vergleich nur aus deren jeweiligem Stärkeverhältnis ergeben und vor dem Hintergrund der von diesen beiden Parteien errungenen Stimmzahlen als gerechtfertigt erscheinen. Der Ausgang des Vergleichs kann deshalb nicht von Wahlteilnahme oder Wahlerfolg einer dritten Partei C abhängen.“ An dieser Stelle auch noch einmal das Zitat von Professor Pukelsheim (siehe oben): „Es gibt Fälle, in denen ein Sitz von einer Partei zu einer anderen wandert, nur weil eine zusätzliche Partei Berücksichtigung findet, die aber ihrerseits so wenig Stimmen vorweist, dass sie leer ausgeht. Es irritiert, wenn die Zuteilung an die erfolgreichen Parteien davon abhängt, ob erfolglose Zwergparteien im

Verfahren sichtbar gemacht werden oder nicht. Wir nennen diesen Effekt ‚Parteienzuwachs-Paradoxie‘.“

Die Quote der SPD fällt kontinuierlich (und zwar stärker als die der AFD) von Tabelle 1 bis Tabelle 5. Lübbert hatte diesen Effekt beschrieben (siehe oben): „Letztlich liegt dies daran, dass bei Veränderung der Randbedingungen (Gesamtzahl an Sitzen oder Parteien/Staaten) der Quoten-Bruchteil einer Partei hinter dem Komma umso schneller wächst oder schrumpft, je größer die absolute Größe dieser Partei ist.“

Tabelle 4 beschreibt den Zustand unmittelbar nach der Kommunalwahl am 11. September 2016. SPD und AFD hatten denselben Zahlenbruchteil. Nach § 71 Abs. 2 Satz 5 NKomVG hätte das Los zwischen SPD und AFD entschieden. Erst dadurch, dass sich zwei Ratsmitglieder von der PARTEI und den PIRATEN im Oktober 2016 zur Gruppe „FRAKTION P²“ zusammenschlossen, ist auf einmal der Zahlenbruchteil der AFD sogar größer als der der SPD.

Der Kern des **Braunschweig-Paradoxons** liegt in den folgenden zwei Punkten.

1. In Tabelle 5 gehen an die vier Fraktionen und Gruppen BIBS, LINKE, FDP und P² beim Verfahren Hare/Niemeyer Zahlenbruchteile von immerhin insgesamt 0,7407. Diese Zahlenbruchteile gehen zu Lasten der anderen Fraktionen und zwar umso stärker, je größer diese sind. Dabei ist von vorneherein klar, dass BIBS, LINKE, FDP und P² in dem Verfahren der Sitzzuteilung gar nicht zum Zuge kommen. Da es nur vier Sitze zu verteilen gibt, könnten allenfalls die vier größten Fraktionen auf diese zugreifen. Damit wird deutlich: Die Zahlenbruchteile in Tabelle 5 haben keine wirkliche Aussagekraft. Im Gegenteil: Sie verfälschen die tatsächlichen, in Tabelle 1 dargestellten Größenverhältnisse zwischen SPD, CDU, Grünen und AFD. An dieser Stelle auch noch einmal der Hinweis auf Professor Pukelsheim (siehe oben), der davor warnt, die Idealansprüche zu realen Ansprüchen zu überhöhen: „Diese Verkürzung geht an der Realität vorbei“. Der Systemfehler in § 71 Abs. 2 u. 3 NKomVG besteht darin, dass grundsätzlich auch Fraktionen und Gruppen im Berechnungsverfahren Berücksichtigung finden, die gar keine Aussicht auf einen Ausschusssitz haben.
2. Die AFD ist nach dem Verfahren Hare/Niemeyer erst dadurch in den festen Kreis der Ausschuss-/Aufsichtsratsmitglieder gekommen, dass sich die Gruppe „FRAKTION P²“ gebildet hat, die jedoch aufgrund ihrer geringen Größe zu keinem Zeitpunkt an der Sitzzuteilung partizipieren konnte. Bevor sich die Gruppe gebildet hatte, hätte wegen gleicher Zahlenbruchteile (siehe Tabelle 4) das Los zwischen SPD und AFD entschieden.

Die unter 1 und 2 genannten Effekte können nur bei Quotenverfahren wie Hare/Niemeyer auftreten. Divisorverfahren wie Sainte-Laguë/Schepers liefern konsistente Ergebnisse, das heißt, die Größenverhältnisse zwischen zwei Fraktionen (SPD und AFD) ändern sich nicht, wenn nachträglich weitere Fraktionen oder Gruppen dazu kommen.

Divisorverfahren kann man folgendermaßen (als Zweischrittverfahren mit Divisoranpassung) beschreiben. Genauso wie bei Quotenverfahren geht man von dem Term $A * B / C$ aus. Man kommt zu demselben Ergebnis, wenn man A nicht mit B / C multipliziert, sondern A durch C / B , den „Divisor“, dividiert, also: $A / (C/B)$. Es gilt die alte Regel: Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert multipliziert. Nun liefert der Term $A / (C/B)$ in der Regel jedoch keine ganze Zahl. Anstatt nun im zweiten Schritt wie bei Quotenverfahren nur die Zahlenbruchteile zu betrachten, die – wie gesehen – manchmal recht wenig bis gar keine Aussagekraft haben, verändert man bei Divisorverfahren den Divisor (in der Bruchrechnung auch als Nenner bezeichnet). Dieses hat im Vergleich zu Quotenverfahren den Vorteil, dass – bezogen auf den Fall 3 – das Größenverhältnis der Fraktionen untereinander (Variable A = Mitgliederzahl der einzelnen Fraktion oder Gruppe) nicht beeinträchtigt wird; das Größenverhältnis der Fraktionen untereinander spiegelt sich nämlich gerade nicht, wie gesehen, in der Nachkommazahl wider. Der Divisor wird in Einserschritten so lange angepasst, bis die Summe der auf die Fraktionen entfallenden Sitze die gewünschte Gesamtsitzzahl B ergibt. Die verschiedenen Divisorverfahren unterscheiden sich in den Rundungsvorschriften. Abrundung führt zum Verfahren von d’Hondt, Standardrundung (0,5) zum Verfahren nach Sainte-Laguë/Schepers. – Alle Divisorverfahren können auch als Höchstzahlverfahren formuliert werden. Bei d’Hondt werden die Höchstzahlen errechnet durch Division durch 1; 2; 3 usw. Bei Sainte-Laguë/Schepers dividiert man durch 0,5; 1,5; 2,5 usw. Das Verfahren nach d’Hondt bevorzugt große Parteien, das Verfahren nach Sainte-Laguë/Schepers ist ebenso parteigrößenneutral wie Hare/Niemeyer, weist aber nicht dessen Paradoxien auf.

Sitzzuteilung nach dem Divisorverfahren mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) in der Darstellung als Höchstzahlverfahren

Tabelle 6				
Fraktion	Fraktionsgröße	Höchstzahlen		Ausschuss-sitze
SPD	18	36,000	12,000	2
CDU	14	28,000	9,333	1
Grüne	7	14,000	4,667	1
AFD	5	10,000	3,333	0
Gesamt	44			4

Tabelle 7				
Fraktion	Fraktionsgröße	Höchstzahlen		Ausschuss-sitze
SPD	18	36,000	12,000	2
CDU	14	28,000	9,333	1
Grüne	7	14,000	4,667	1
AFD	5	10,000	3,333	0
BIBS	3	6,000	2,000	0
Gesamt	47			4

Tabelle 8				
Fraktion	Fraktionsgröße	Höchstzahlen		Ausschuss-sitze
SPD	18	36,000	12,000	2
CDU	14	28,000	9,333	1
Grüne	7	14,000	4,667	1
AFD	5	10,000	3,333	0
BIBS	3	6,000	2,000	0
LINKE	3	6,000	2,000	0
Gesamt	50			4

Tabelle 9				
Fraktion	Fraktionsgröße	Höchstzahlen		Ausschuss-sitze
SPD	18	36,000	12,000	2
CDU	14	28,000	9,333	1
Grüne	7	14,000	4,667	1
AFD	5	10,000	3,333	0
BIBS	3	6,000	2,000	0
LINKE	3	6,000	2,000	0
FDP	2	4,000	1,333	0
Gesamt	52			4

Tabelle 10				
Fraktion	Fraktionsgröße	Höchstzahlen		Ausschuss-sitze
SPD	18	36,000	12,000	2
CDU	14	28,000	9,333	1
Grüne	7	14,000	4,667	1
AFD	5	10,000	3,333	0
BIBS	3	6,000	2,000	0
LINKE	3	6,000	2,000	0
FDP	2	4,000	1,333	0
P ²	2	4,000	1,333	0
Gesamt	54			4

Für die in den Tabellen 1 bis 5 dargestellten Konstellationen werden in den Tabellen 6 bis 10 die Ausschusssitze nach dem Verfahren Sainte-Laguë/Schepers ermittelt. Die Berechnung erfolgt folgendermaßen (als Höchstzahlverfahren): Die jeweilige Fraktionsgröße wird nacheinander durch folgende Zahlen dividiert: 0,5; 1,5; 2,5 usw. Jede Division ergibt eine sogenannte Höchstzahl. Dargestellt sind in den Tabellen nur die Höchstzahlen, die bei Division durch 0,5 und 1,5 herauskommen. Wären mehr als vier Ausschusssitze zu vergeben, bräuchte man mehr Höchstzahlen.

Die zu vergebenden Ausschusssitze werden nun der Reihe nach an die Fraktionen mit den größten Höchstzahlen vergeben. Das heißt, den ersten Ausschusssitz erhält die SPD-Fraktion für die Höchstzahl 36,000. Den zweiten Sitz erhält die CDU-Fraktion für die Höchstzahl 28,000. Den dritten Sitz erhält die Fraktion Grüne für die Höchstzahl 14,000. Den vierten und letzten Sitz erhält die SPD-Fraktion für die Höchstzahl 12,000.

Man erkennt sowohl aus den Tabellen als auch aus der Beschreibung des Verfahrens Sainte-Laguë/Schepers als Höchstzahlverfahren: Die Höchstzahlen für eine Fraktion sind unabhängig von anderen Fraktionen und von Veränderungen bei anderen Fraktionen wie zum Beispiel Gruppenbildung.

Jedes Divisorverfahren kann man sowohl als Höchstzahlverfahren als auch als Zweischrittverfahren mit Divisoranpassung beschreiben. Das Höchstzahlverfahren eignet sich besser für die Tabellendarstellung und gibt zudem eine Reihenfolge vor, die man zum Beispiel beim Zugriff auf die Ausschussvorsitze nutzen kann (Zugriffsverfahren nach § 71 Abs. 8 NKomVG). Eine Beschreibung als Zweischrittverfahren mit Divisoranpassung eignet sich insbesondere besser zur Programmierung.

Fazit: Man sieht beim Divisorverfahren (auf Seite 9) deutlich, dass das oben gewünschte Qualitätskriterium erfüllt ist. Die Ausschusssitzzahlen von zwei Fraktionen ergeben sich im Vergleich nur aus deren jeweiligem Stärkeverhältnis untereinander und hängen nicht vom Hinzukommen weiterer Fraktionen oder Gruppen ab.

Exkurs: Es soll noch einmal ein anderer Versuch der Darstellung der Verfahren unternommen werden, dieses Mal mehr in mathematischer Form.

Betrachten wir Fall 3 von Seite 3. Dann gilt bei n Fraktionen, wenn A_i die Mitgliederzahl der i -ten Fraktion ist:

$$\sum_{i=0}^n A_i = C$$
$$\sum_{i=0}^n \left(A_i * \frac{B}{C} \right) = B$$

Die einzelnen Summenterme sind keine ganzen, sondern reelle Zahlen. Es muss daher gerundet werden, um zu ganzen Zahlen, also Sitzen, zu kommen.

$$\sum_{i=0}^n \text{Rund} \left(A_i * \frac{B}{C} \right) = B$$

Bis hierher ist der Ansatz von Quotenverfahren und Divisorverfahren gleich. Damit die Summe auch nach dem Runden weiterhin B ergibt, runden Quotenverfahren die Werte $A_i * \frac{B}{C}$ mal auf und mal ab. Dadurch werden im Ergebnis, wie gesehen, manchmal die Verhältnisse zwischen den Fraktionsstärken A_i auf widersinnige Art verschoben. Bei Divisorverfahren wird immer dieselbe Rundungsvorschrift angewandt: bei d'Hondt Abrunden, bei Sainte-Laguë/Schepers kaufmännische (Standard-) Rundung. Damit bei Divisorverfahren dennoch in der Summe B herauskommt, wird der Faktor B / C (bzw. der Divisor C / B) so lange verändert, bis die Summe stimmt. Das hat im Vergleich zu Quotenverfahren den Vorteil, dass immer einheitlich gerundet wird und dadurch das Größenverhältnis zwischen den Fraktionen im direkten Vergleich besser gewahrt bleibt. Da B/C kleiner als Null ist, betrachtet man den Divisor C/B , den man schrittweise um 1 vergrößert oder verkleinert, bis das Ergebnis stimmt. Das Vorgehen mit einem Divisor lässt sich also besser erklären und programmieren.

Wie lässt sich nun das Braunschweig-Paradoxon vermeiden? Es gibt mindestens drei Möglichkeiten.

1. Der Landesgesetzgeber modifiziert das Verfahren nach Hare/Niemeyer in § 71 NKomVG erneut, so wie es ja schon einmal modifiziert wurde (Mehrheitsklausel in § 71 Abs. 3 NKomVG). So könnte der Landesgesetzgeber zum Beispiel bestimmen, dass an einer Verteilung von n Ausschusssitzen nur die n größten Fraktionen teilnehmen. Im konkreten Fall würden bei vier zu verteilenden Ausschusssitzen nur die vier größten Fraktionen am Sitzzuteilungsverfahren beteiligt. Dann träte das Braunschweig-Paradoxon nicht auf.
2. Der Landesgesetzgeber könnte zum Divisorverfahren nach Sainte-Laguë/Schepers übergehen, das für den US-Kongress bereits ab 1840 bzw. 1910 und für die Sitzzuteilung in den Ausschüssen des Deutschen Bundestages ab 1980 angewandt wurde. Das Verfahren nach Hare/

Niemeyer hat viele Jahre und Jahrzehnte gute Ergebnisse geliefert, solange nur drei oder vier Parteien oder Fraktionen am Verfahren beteiligt waren. Probleme zeigten sich immer dann, wenn es hinreichend viele Beteiligte am Sitzzuteilungsverfahren gab (als 1907 Oklahoma als 46. Bundesstaat den USA beitrug, bei der Bundestagswahl in 16 Bundesländern oder bei acht Fraktionen im Rat der Stadt Braunschweig). Die gezeigten Effekte verstärken sich zudem, wenn es verhältnismäßig wenig zu vergebende Sitze gibt, sodass einige Fraktionen (hier vier von acht) gar nicht zum Zuge kommen.

3. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, die Ausschuss- oder Aufsichtsratsgröße so zu verändern, dass das Braunschweig-Paradoxon nicht auftritt. So ist man zum Beispiel, wie oben andeutungsweise beschrieben, lange Zeit bei der Festlegung der Größe des Repräsentantenhauses in den USA verfahren. Da die Möglichkeiten 1 und 2 dem Landesgesetzgeber vorbehalten sind, muss der Rat also Flexibilität zeigen, und das geht nur bei der Gremiumsgröße. Man vergleiche die Ausführungen von Lübbert zum Deutschen Bundestag: „Während die Besetzung des Plenums den Wählerwillen möglichst genau abbilden muss, sollte die Ausschussbesetzung vor allem die Machtverhältnisse im Plenum (Mehrheit für die regierende Koalition) widerspiegeln: Es erscheint schlicht zweckmäßig, wenn eine im Ausschuss erarbeitete Beschlussempfehlung gute Chancen hat, anschließend auch im Plenum des Parlaments eine Mehrheit zu finden. Wegen dieser Nuancen in der Zielsetzung kann es akzeptabel erscheinen, für Plenum und Ausschüsse unterschiedliche Zuteilungsverfahren zu verwenden. Dies ist in mehreren Phasen der Bundestags-Geschichte tatsächlich vorgekommen.“¹⁷

Durch die Verringerung der zu vergebenden Aufsichtsratsmandate von vier auf drei wird das Braunschweig-Paradoxon vermieden. Hare/Niemeyer und Sainte-Laguë/Schepers liefern in dem Fall dieselben Ergebnisse. Eine andere Handlungsoption als eine Veränderung der Mandatszahl hatte das zuständige Ratsgremium nicht. Natürlich hätte die Zahl der Mandate auch auf eine geeignete Zahl erhöht werden können, wie dies bei drei anderen Aufsichtsräten erfolgte, um die Mehrheitsverhältnisse im Rat angemessen widerzuspiegeln. Aber eine Vergrößerung stößt automatisch auf Protest, so auch hier¹⁸. Der Vorschlag lautete daher, drei Aufsichtsräte zu vergrößern und vier zu verkleinern, dadurch kommen sechs Mandate hinzu, und vier fallen weg.

Ausgangspunkt aller Überlegungen der SPD-Fraktion war: Es kann doch nicht sein, dass die AFD-Fraktion mit fünf Mitgliedern einen Sitz bekommt, bevor die SPD-Fraktion mit 18 Mitgliedern einen zweiten Sitz erhält. Das sagte einem das Bauchgefühl, und zu dem Ergebnis kamen auch überschlägige Rechnungen, aber eben nicht das Verfahren Hare/Niemeyer. Im Ergebnis haben die auf den vorigen Seiten angestellten Betrachtungen gezeigt, dass das Bauchgefühl nicht getrogen hat.

Dieser Text soll und kann die angesprochene Problematik nicht allumfassend aufarbeiten. Der Text entstand in der Zeit zwischen der Veröffentlichung in der Braunschweiger Zeitung am 27. Oktober 2016 und der konstituierenden Ratssitzung am 1. November 2016. Er soll zu einer Versachlichung der Diskussion beitragen.

¹⁷ Lübbert/Wissenschaftliche Dienste des Deutschen Bundestags, a. a. O., Seite 14.

¹⁸ Braunschweiger Zeitung, 27.10.2016, Seite 15.

Frank Flake
Fraktionsgeschäftsführer

SPD-Fraktion im Rat der Stadt Braunschweig

- Geschäftsstelle -

Platz der Deutschen Einheit 1

38100 Braunschweig

Telefon: 0531 470-3121

Telefax: 0531 470-2974

frank.flake@braunschweig.de

www.spd-ratsfraktion-braunschweig.de

(Stand: 02.11.2016)